

Eine beliebte Anwendung (beliebt z.B. bei Klausur- und Abituraufgabenerstellern, oft weniger bei den damit Konfrontierten) sind Schattenwürfe von Punkten, Strecken und Geraden auf Ebenen. Da sich Licht geradlinig ausbreitet (jedenfalls unter zulässiger Auslassung relativistischer Effekte), sind all diese Schattenwürfe als Schnitte von Geraden (oder Ebenen) mit Ebenen berechenbar. Das Licht ist entweder parallel, wie im Falle von Sonnenlicht auf eine überschaubar kleine Szenerie, oder es geht von einem Punkt aus. Im parallelen Fall haben alle Schattenwürfe die gleiche Richtung, nämlich die konstante Lichtrichtung, im andern Fall hat jeder Punkt eine eigene Schattenwurfrichtung, die sich aus dem Vektor Lichtquelle \rightarrow Punkt ergibt.

Fall 1: Punkt auf Ebene.

Stelle die Schattenwurfgerade auf mit dem Ortsvektor des Punkts als Stützvektor und der Lichtrichtung als Richtungsvektor. Schneide diese Gerade mit der Ebene. Zack, Schnittpunkt, fertig.

Fall 2: Strecke auf Ebene.

Siehe Fall 1 für beide Streckenendpunkte. Zack: Zwei Schnittpunkte und die Strecke dazwischen als Schatten, fertig.

Fall 3: Gerade auf Ebene.

Jeder Punkt der Gerade wirft einen Schatten in Lichtrichtung. Ist sie konstant, so ist der Schattenwurf ebenenförmig. In dieser Ebene liegen die Richtung der Geraden und die Lichtrichtung. Bei punktförmigen Lichtquellen verhält es sich genauso, es genügt als Schattenrichtung den Vektor der Lichtquelle zu einem einzigen Geradenpunkt zu nehmen. Also Schnitt Ebene-Ebene, dazu Herleitung der Koordinatenform der Schattenebene und Schnitt mit Projektionsflächenebene. Der Schatten ist eine Gerade (es sei denn, die Lichtquelle liegt auf der Geraden, dann ist es ein Punkt).

Fall 4: Gerade 1 auf Gerade 2.

Stelle wie im Fall 3 die Schattenwurfebene auf mit der ersten Geradenrichtung und der Lichtrichtung als Spannvektoren sowie dem Ortsvektor eines beliebigen Geradenpunkts als Stützvektor. Schneide diese Schattenwurfebene mit der zweiten Gerade. Schnittpunkt ist Schattenpunkt. Fertig.

Beispiel

Eine Pyramide steht in der Wüste (ebene Oberfläche W), daneben ein vertikaler Mast. Auf die Szene fällt (paralleles) Sonnenlicht. Gegeben sind die Punkte A, B, C, E und F , außerdem die Lichtrichtung und die Masthöhe h . Alle anderen Punkte sind zu berechnen.

Punkt G erschließt sich aus F und h .

K ist der Schatten von G auf die Ebene P durch BCE , L der Schatten von E auf die Wüstenebene W .

H und I sind die Schatten der Gerade durch F und G auf die Geraden durch A u. B bzw. B u. E .

Man stellt also folgende Ebenengleichungen auf (Parameterform \rightarrow Koordinatenform):

P (durch B, C und E), S (durch F mit Richtungen FG (Mast) und Licht) und W (durch A, B und C) sowie die Geradengleichungen durch A und B , durch B und E und durch E mit Richtung des Lichts. Und schneidet die dann wie oben beschrieben.

